

А. И. Давлетшин

Институт механики и машиностроения

Казанского научного центра РАН,

anas.davletshin@gmail.com

МОДЕЛИРОВАНИЕ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ СФЕРИЧЕСКИХ ГАЗОВЫХ ПУЗЫРЬКОВ В ЖИДКОСТИ

При теоретическом изучении гидродинамического взаимодействия газовых пузырьков в жидкости широко используются математические модели, представляющие собой систему обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка относительно радиусов пузырьков и координат их центров. Так, в работе [1] подобная модель построена для изучения взаимодействия двух сферических пузырьков, а в [2] – для исследования произвольного количества таких пузырьков. Аналогичная модель взаимодействия сферических пузырьков предлагается и в настоящей работе. В отличие от модели работы [1] она допускает рассчитывать взаимодействие произвольного числа пузырьков, а в отличие от модели работы [2] – позволяет делать это при более близком расположении пузырьков друг к другу.

В предлагаемой модели предполагается, что пузырьки находятся в пучности интенсивной стоячей волны с давлением, изменяющимся по гармоническому закону. Колебания давления жидкости вызывают радиальные пульсации пузырьков, что в свою очередь приводит к их взаимодействию. В результате взаимодействия пузырьки в ходе расширения-сжатия могут перемещаться в пространстве. Газ в пузырьках принимается идеальным гомобарическим, его давление – изменяющимся по адиабатическому закону. Считается, что эффекты вязкости и

сжимаемости жидкости малы. Поэтому они учитываются с помощью поправок к уравнениям взаимодействия пузырьков, выведенным в предположении, что жидкость является идеальной несжимаемой. Вывод уравнений взаимодействия осуществляется методом сферических функций с использованием интеграла Коши–Лагранжа, кинематических и динамических граничных условий на поверхности пузырьков. При этом применяется полученное в [3] компактное выражение преобразования сферических функций при переходе от системы координат, связанных с одним пузырьком, к системе координат, связанных с другим.

Полученные уравнения взаимодействия пузырьков имеют четвертый порядок точности (что на порядок выше, чем в [2]) относительно R/D , где R – характерный радиус пузырьков, а D – характерное расстояние между ними.

Работа выполнена в рамках программы фундаментальных исследований Отделения ЭММиПУ РАН № 13 ОЭ.

ЛИТЕРАТУРА

1. Аганин А. А., Давлетшин А. И. *Уточненная модель взаимодействия сферических газовых пузырьков в жидкости* // Матем. моделирование. – 2009. – Т. 21. – № 9. – С. 89–98.
2. Doinikov A. A. *Mathematical model for collective bubble dynamics in strong ultrasound fields* // J. Acoust. Soc. Am. – 2004. – V. 116. – No 2. – P. 821–827.
3. Аганин А. А., Давлетшин А. И. *Преобразование сферических функций при моделировании взаимодействия газовых пузырьков в жидкости* // Волны и вихри в сложных средах. Сб. материалов школы. – Москва: МАКС Пресс, 2013. – С. 49–51.